INTRODUCCIÓN A LA FÍSICA UNIVERSITARIA
Nivelación de contenidos de física a partir de Herramientas Matemáticas

DESCRIPCIÓN GENERAL

Este es un curso introductorio de física en el cuál se sientan las bases de esta ciencia, y su estrecha relación con las herramientas matemáticas así como sus estructuras conceptuales básicas. El taller recorre diferentes tópicos para que el estudiante valore la capacidad de modelar fenómenos cotidianos mediante modelos físicos simples.

HERRAMIENTAS MATEMÁTICAS

Para resolver problemas de física, debemos tener claras varias herramientas matemáticas como, por ejemplo: ecuaciones lineales y de segundo grado, productos notables, propiedades de las potencias, etc. Cuando nos enfrentamos a un problema de física, además de manejar los conceptos propios de esta ciencia, la mayoría de las veces tenemos que aplicar formulas, es en este punto, donde se hace imprescindible que sepamos las propiedades de las herramientas matemáticas que aplicaremos, para no cometer un error que nada tiene que ver con la física, si no más bien, con nuestra habilidad de resolver.

Utilizaremos, solo a modo de ejemplo, el enunciado de un problema de cinemática, con el objetivo de ver cual o cuales herramientas matemáticas deberíamos saber utilizar para poder resolver eficientemente.

Un conductor que viaja a rapidez constante de 15 m/s pasa por un cruce escolar, cuyo límite de velocidad es de 10 m/s. En ese preciso momento, un oficial de policía en su motocicleta, que está parado en el cruce, arranca para perseguir al infractor, con aceleración constante de 3.0 m/s^2. a. ¿Cuánto tiempo pasa antes de que el oficial de policía alcance al infractor? b. ¿A qué rapidez va el policía en ese instante? c. ¿Qué distancia total habrá recorrido cada vehículo hasta ahí?

Si analizamos el enunciado el conductor del automóvil viaja con velocidad constante, eso significa aceleración igual a cero, lo cual hace que la ecuación itineraria sea una ecuación lineal, respecto al tiempo y el conductor de la motocicleta acelera constantemente, lo cual hace que la ecuación itineraria sea de segundo grado respecto al tiempo, o un polinomio de grado 2.

ECUACIÓN DE LA RECTA

Una ecuación de primer grado o lineal o ecuación lineal es una igualdad que involucra una o más variables a la primera potencia y no contiene productos entre las variables, es decir, una ecuación que involucra solamente sumas y restas de una variable a la primera potencia.

$$Ax + By = C, \text{forma canónica}$$

En la forma canónica podemos despejar una de las incógnitas ($x\ o\ y$), por ejemplo, si despejamos la variable y tenemos

$$y = \frac{C-Ax}{B} = -\frac{A}{B}x + \frac{C}{B}$$

como $A,\ B\ y\ C$ son coeficientes reales, entonces podemos hacer $-\frac{A}{B} = m$ (pendiente de la recta) y $\frac{C}{B} = b$ intersección con el eje vertical y/o coeficiente de posición. Lo cual nos da la ecuación general de la recta:

$$y = mx + b \tag{1}$$

Ecuación que tiene la forma de la ecuación itinerario del movimiento en línea recta, con aceleración constante e igual a cero.

$$x = x_0 + v \cdot t \tag{2}$$

donde x_0 es la posición inicial (coeficiente de posición b) y v es la rapidez (pendiente de la recta m).

Como ya podrían imaginar la ecuación general de la recta y la ecuación itineraria del MRU tienen características tales como que ambas gráficamente son rectas (gráfico 1). Por lo tanto, el método de resolución de estas será el mismo.
La única, pero no menos importante diferencia es que: la ecuación de la recta es una abstracción o representación matemática sin un sentido práctico, en cambio la ecuación itineraria del MRU tiene sentido físico (magnitudes, unidades de medida, conceptos, etc), esto significa que es la representación de la realidad.

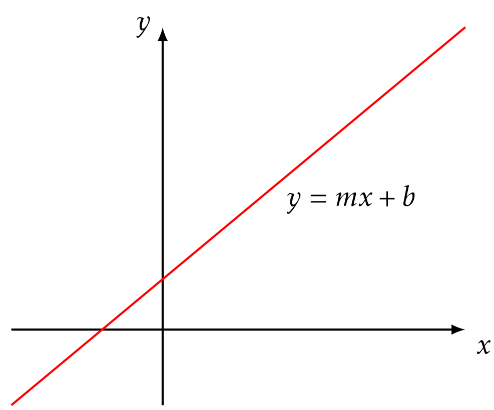


gráfico 1. Ecuación de la recta, en el plano $x - y$

ECUACIÓN DE SEGUNDO GRADO

La mas bien conocida como función cuadrática posee una formula canónica de la forma:

$$y = k\,(x - h)^2 + v \tag{3}$$

Gráficamente tenemos una parábola (gráfico 2), cuyas características son: k es un factor de forma, donde si $0 < |k| < 1$ la parábola se ensancha, por otro lado, si $|k| > 1$ la parábola se estrecha, con $k < 0$ la parábola es cóncava hacia abajo (el vértice es un máximo), por otro lado, si $k > 0$ la parábola es cóncava hacia arriba (el vértice es un mínimo), h es la abscisa del vértice de la parábola, v la ordena del vértice de la parábola, finalmente el punto de coordenadas $(h\ ,\ v)$ es el vértice de la parábola. Si desarrollamos el cuadrado y reorganizamos términos obtendremos la forma general de la ecuación cuadrática.

$$y = Ax^2 + Bx + C \tag{4}$$

cuya solución se escribe $y = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$

Ahora como ya podéis ver, la forma general de la ecuación cuadrática es bastante parecida a la ecuación itineraria cuando la aceleración es distinta de cero.

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \tag{5}$$

Por lo cual es también bastante obvio que la forma de resolución, para encontrar la incógnita t es similar a la de la ecuación cuadrática, pero hay que poner especial cuidado ya que al igual que el caso de la ecuación de la recta, en matemáticas las cosas no tienen un sentido real mas bien tienen un sentido abstracto, entonces en la vida real (física) hay que tomar ciertos resguardos. En este caso el tiempo no puede ser negativo por lo cual solo tendremos una solución posible.

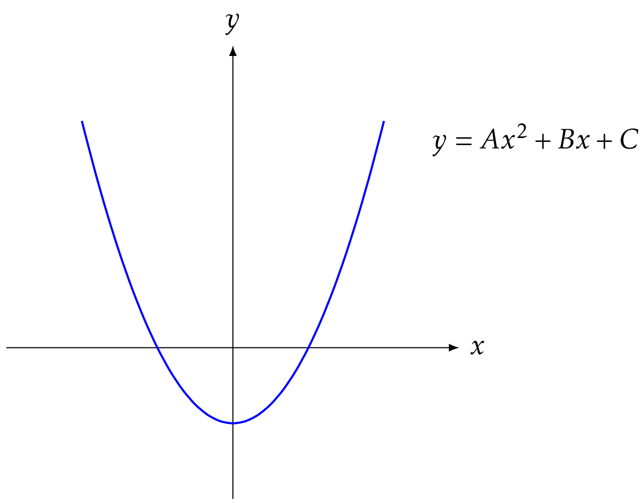


Gráfico 2. Ecuación de segundo grado, en el plano $x - y$

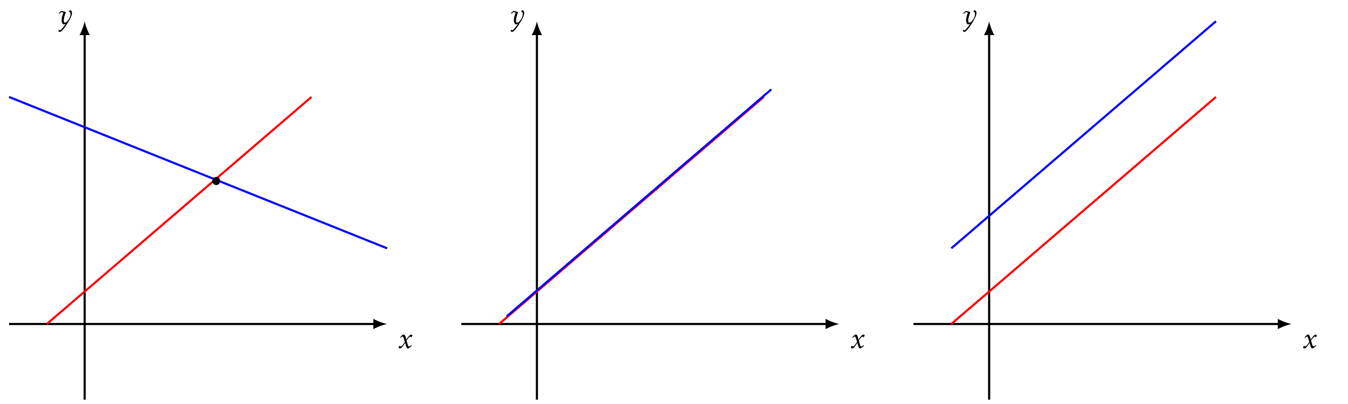
SISTEMA DE ECUACIONES

Un sistema de ecuaciones consta de dos o más ecuaciones y cada una de ellas tiene por lo menos una variable. Si cada ecuación del sistema es lineal, decimos que se trata de un sistema de ecuaciones lineales o, simplemente, de un sistema lineal.
El sistema lineal más sencillo consta de dos ecuaciones con dos variables:

$$\begin{aligned} a_1 x + b_1 y &= c_1 \\ a_2 x + b_2 y &= c_2 \end{aligned}$$

Debido a que la gráfica de una ecuación lineal $ax + by = c$ es una línea recta, el sistema determina dos líneas rectas en el plano $x - y$. Como se muestra en la Figura 1, hay tres casos posibles para las gráficas de las ecuaciones en el sistema.

Figura 1: dos rectas en el plano



(a) (b) $(c))$

En estos tres casos decimos, respectivamente:

- El sistema es **consistente** y las ecuaciones son independientes. Tiene exactamente una solución, es decir, el par ordenado de números reales correspondientes al punto de intersección de las rectas.
- El sistema es **consistente**, pero las ecuaciones son dependientes. Tiene infinitas soluciones, esto es, todos los pares de números reales correspondientes a los puntos de una recta.
- El sistema es **inconsistente**. Las rectas son paralelas y, por consiguiente, no hay soluciones.

Para resolver sistemas de ecuaciones podemos usar varios métodos de resolución, veremos solo dos de ellos; el método de sustitución y el de eliminación.

MÉTODO DE SUSTITUCIÓN

(a) Use una de las ecuaciones del sistema para resolver una variable en términos de las otras.
(b) Sustituya esta expresión en las otras ecuaciones.
(c) Si una de las ecuaciones obtenidas en el paso b) contiene una variable, resuélvala. De lo contrario, repita a) hasta obtener una ecuación con una sola variable.
(d) Por último, use la sustitución inversa para hallar los valores de las variables restantes.

MÉTODO DE ELIMINACIÓN

(a) Intercambie dos ecuaciones cualesquiera en un sistema.
(b) Multiplique una ecuación por una constante que no sea cero.
(c) Sume un múltiplo constante que no sea cero de una ecuación del sistema a otra ecuación del mismo sistema.

Para resolver ejercicios o problemas de física como el que enunciamos el inicio de este documento, también podríamos utilizar los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones. Ejercicios como este resolveremos en el documento ”Problemas resueltos y propuestos de física utilizando herramientas matemáticas”.